
Analyse/chapitre 1/ TD1
(Généralités sur les fonctions d'une seule variable)

Exercice 1

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir déterminé leur domaine de définition :

$$\begin{aligned} a. f_1(x) &= \sqrt{x^2 + 1} & b. f_2(x) &= \frac{5}{x} - \frac{3}{x^3} & c. f_3(x) &= \frac{5x^2 - 12}{x^2 - 3} \\ d. f_4(x) &= \sqrt{\frac{1-x}{x^2+2}} & e. f_5(x) &= \ln(\ln(x)) & f. f_6(x) &= \frac{-6}{x} + \ln(x - x^2) \end{aligned}$$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{(x - 2)^2} & \quad b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & c. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x\sqrt{2x}) - 2x} & d. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3}{3x^2 - 4} \end{aligned}$$

Exercice 3

Soient les fonctions suivantes : $f(x) = (x - 1)e^x$ et $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 9}$.

1. Etudier la dérivabilité de f et g.
2. Donner les équations des tangentes à la courbe de f et celle de g au point 0.

Exercice 4

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 4x^3$.

1. Montrer que f admet un seul point critique $x = 0$.
2. Etudier la convexité et la concavité de f.

Exercice 5

Chercher les extrémums des fonctions suivantes :

$$a. f(x) = 3x^2 \ln(x) \quad b. g(x) = 2x^2 e^x.$$

Exercice 6

On considère la fonction f définie par : $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} + \frac{x^4}{12} - \frac{x^2}{2}$.

1. Déterminer le domaine de définition de f et calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
2. Calculer l'élasticité de f en x et donner l'élasticité de f en $x = 1$.
3. Interpréter économiquement ce résultat.

Exercice 7

La consommation C d'un ménage est une fonction de son revenu R :

$$C = 0.5R + 3.$$

Quel est le taux de variation de la consommation par rapport à une diminution de 1% du revenu à partir du revenu actuel $R_0 = 10$?

Exercice 8(examen2017)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln(\ln(x))$.

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Etudier la convexité de la fonction f sur D_f .

Exercice 9(examen2018)

On considère la fonction f définie par $f(x) = (x - 1)\ln(2x - 1)$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f .
2. Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
3. Montrer que 1 est un point critique de f et déterminer sa nature (maximum ou minimum).