
TD3
(Intégrales simples et généralisées)

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int_{-1}^1 \frac{x^2}{(2+x^3)^2} dx, \quad I_2 = \int_0^1 \frac{(\ln x)^3}{x} dx, \quad I_3 = \int_0^4 2xe^{-x^2+3} dx.$
2. $I_4 = \int_{-1}^0 \frac{1}{-x^2-x+2} dx, \quad I_5 = \int_0^3 \frac{x-1}{x^2-2x+1} dx, \quad I_6 = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx.$
3. $I_7 = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{2x^2+1}} dx, \quad I_8 = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^{2x}+3} dx, \quad I_9 = \int_1^2 2^x + \sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x} dx.$

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par partie :

$$I_1 = \int_0^1 (4x+3)e^{4x-3} dx,$$

$$I_2 = \int_1^2 x^3 \ln x dx,$$

$$I_3 = \int_0^1 x^2 e^x dx$$

Exercice 3

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'un changement de variable :

1. $I_1 = \int_0^1 x(1-x)^6 dx, \quad I_2 = \int_1^2 x^3 e^{-x^2} dx.$
2. $I_3 = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx, \quad I_4 = \int_{-1}^1 \frac{x^2}{(2+x^3)^4} dx.$

Exercice 4

Calculer les intégrales généralisées suivantes :

1. $I_1 = \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx, \quad I_2 = \int_{-\infty}^0 x^2 e^x dx, \quad I_3 = \int_0^e \ln x dx.$
2. $I_4 = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx, \quad I_5 = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx (\alpha \in \mathbb{R}).$

Exercice 5

On considère l'intégrale suivante :

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx, n \in \mathbb{N}^*$$

1. Montrer que I_n est un nombre strictement positif et calculer I_1 .
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*, I_{n+1} = \frac{-1}{e} + (n+1)I_n$
3. Dédurre I_2 et I_3 .

Exercice 6

On considère l'intégrale suivante :

$$I_p = \int_1^e x^2 (\ln x)^p dx, \quad p \in \mathbb{N}$$

1. Calculer I_1 (intégration par partie).
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_{p+1} = \frac{e^3}{3} - \frac{p+1}{3} I_p$
3. Dédurre I_2 et I_3 .

Exercice 7 (examen 2015)

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx; \quad I_2 = \int_0^3 \frac{x \ln(1+x^2)}{1+x^2} dx \quad (u = 1+x^2).$$

Exercice 8(examen 2018)

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_1^2 x^2 \ln(x) dx \quad (\text{par parties}); \quad I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{4x}{(x+2)(x-2)} dx.$$