

Examen d'Algèbre (1 heure)

Nom :

Prnom :

NOTE :

Numro d'examen :

Date de naissance :

Exercice 1 : Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 7 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

Calculer : ${}^tB \times A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ -10 & 4 \\ 41 & 34 \end{pmatrix}$

Exercice 2 :

1. Calculer : $\underbrace{\begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}}_A \times \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} & 1 & -\frac{1}{4} \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}}_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Qu'est ce que tu peux dduire?

 $A \times B = I_3$ alors; B est l'inverse à droite de AExercice 3 : Déterminer le rang de la matrice suivante (justifier) : $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 7 \\ 3 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ Exercice 4 : Calculer le dterminant de la matrice suivante : $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 5 : Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Calculer : $\det A = 5$ $\text{Com} A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 6 : On considère le système linéaire suivant :

$$(S) \begin{cases} x + 3y - 2z = 3 \\ 2y + z = 4 \\ x + 2y - 3z = 7 \end{cases}$$

1. Ecrire le système (S) sous la forme $A \cdot X = B$ et vérifier que ce système est de Cramer.

$$(S) \Leftrightarrow A \cdot X = B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$\det A = -1 \neq 0$, alors (S) est un système de Cramer

2. Résoudre ce système par la méthode de Gauss.