

Leçon n°2

LE MARCHÉ DE LA CONCURRENCE PURE ET PARFAITE

Cours de Microéconomie 2 (Module : M9)

Professeur : M. LEGSSYER

Bien que le modèle de la concurrence pure et parfaite n'existe pas dans la réalité, son étude constitue pour certains auteurs un point de passage obligé de leur analyse.

§1. Les caractéristiques du marché concurrentiel

Une entreprise opérera en situation de concurrence pure et parfaite lorsque les conditions suivantes seront satisfaites:

- Existence d'un grand nombre de demandeurs et d'offreurs sur le marché ;
- Homogénéité du produit offert ;
- Liberté d'entrée et de sortie du marché ;
- Libre détermination des décisions. Ce qui exclut donc toutes formes d'entente ;
- Parfaite transparence qui signifie parfaite connaissance du marché par tous les agents tant offreurs que demandeurs ;
- Absence des coûts de transport entre les différents points du marché.

§2. L'équilibre de l'entreprise à court terme

À court terme, on suppose généralement que le facteur capital est fixe. Dans ce cas les courbes de coût total, coût moyen et coût marginal obéissent à la loi des rendements non proportionnels. Par ailleurs, nous supposons que le nombre d'entreprises opérant dans la branche est constant à court terme. Ceci étant dit, et étant donné que les conditions d'équilibre sont déduites des courbes d'offre et de demande, il faut voir quelle forme prendra, en courte période, la courbe de demande à l'entreprise et comment la fonction d'offre se déduit-elle de la fonction de coût.

Sur un marché concurrentiel, le prix se détermine par la confrontation de l'offre globale et de la demande globale. Un producteur isolé n'a donc aucun intérêt à fixer un prix pour son produit qui soit inférieur ou supérieur à celui du marché. En d'autre terme, cela signifie que le prix du marché se trouve imposé à tous les agents économiques (Producteurs et consommateurs).

Les entreprises peuvent ainsi calculer leur recette totale en multipliant leurs quantités offertes avec le prix du marché. Puisque les profits totaux sont égaux à la différence entre les recettes totales et les

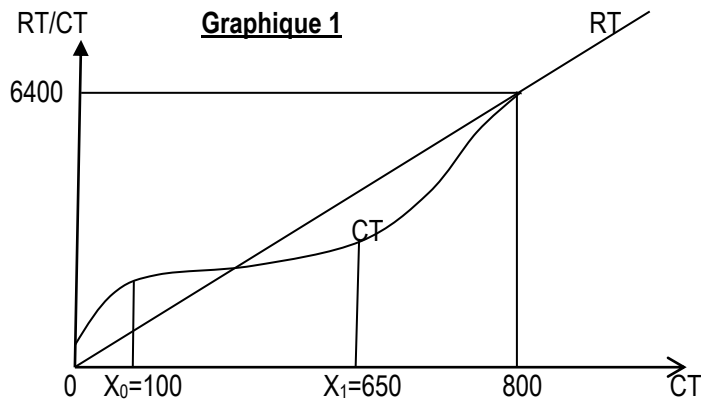
coûts totaux, il suffit alors à l'entreprise rationnelle de déterminer une échelle de production telle que le profit soit maximum.

Exemple : Le tableau nous donne le prix du marché (P), la quantité produite (X), la recette totale (RT), le coût total (CT) et le profit total (π).

Tableau : Les quantités et les profits réalisés

P	X	RT	CT	π
8	0	0	800	-800
8	100	800	2000	-1200
8	200	1600	2300	-700
8	300	2400	2400	0
8	400	3200	2524	676
8	500	4000	2775	1225
8	600	4800	3200	1600
8	650	5200	3510	1690
8	700	5600	4000	1600
8	800	6400	6400	0

Le graphique suivant retrace l'évolution de la recette totale et du coût total de l'entreprise.



Le profit total est maximum lorsque la recette marginale est égale au coût marginal. La recette marginale est définie par la pente de la fonction de recette totale. Elle est donc constante, d'où on déduit qu'en situation de concurrence pure et parfaite, la courbe de recette moyenne est confondue avec celle de la recette marginale. Par contre, le coût marginal varie en chaque point de la courbe du coût total. Par conséquent, il y aura extremum aux points où les tangentes à la courbe de coût total sont parallèles à la courbe de recette totale. On voit ainsi qu'au point $X_0=100$, il y a perte maximale; et au point $X_1=650$, il y a profit maximum. Par conséquent l'égalité Coût marginal = Recette marginale n'est

pas suffisante pour dégager la quantité qui maximise le profit. Il faut donc bien vérifier qu'il s'agit bien d'un profit maximum et non pas d'une perte maximale.

Sur le graphique 1, lorsqu'on se déplace de $X_0=100$ vers $X_1=650$, la pente de la courbe de coût total diminue puis augmente, alors que la pente de la recette totale reste constante. Le critère de maximisation du profit implique donc deux conditions:

- Il faut que la recette marginale soit égale au coût marginal.
- Il faut que la pente de la courbe de coût marginal soit positive.

Mathématiquement, si on pose le profit : $\Pi = RT - CT$, et sachant que $RT = f_{(x)}$ et $CT = g_{(x)}$ (X est la quantité produite), alors la maximisation du profit implique deux conditions:

- Condition de premier ordre:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X} = \frac{\partial f_{(x)}}{\partial X} - \frac{\partial g_{(x)}}{\partial X} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f_{(x)}}{\partial X} = \frac{\partial g_{(x)}}{\partial X} \quad [1]$$

La relation [1] signifie que le profit est maximum lorsque la recette marginale est égale au coût marginal.

- Condition de second ordre:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial X^2} = \frac{\partial^2 f_{(x)}}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 g_{(x)}}{\partial X^2} < 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f_{(x)}}{\partial X^2} < \frac{\partial^2 g_{(x)}}{\partial X^2}$$

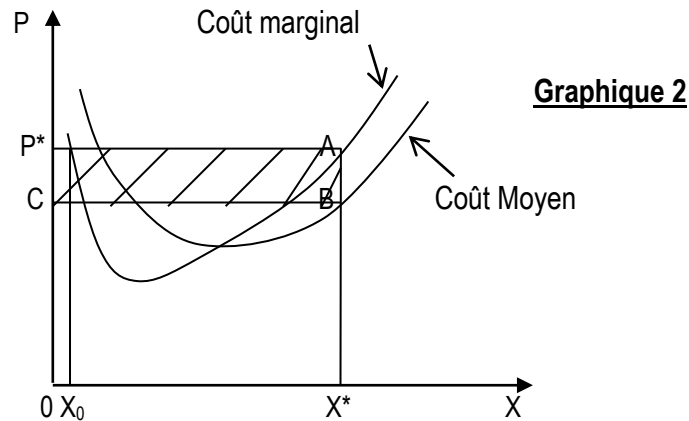
Puisque la recette marginale est constante (car le prix est constant), on a : $\frac{\partial^2 f_{(x)}}{\partial X^2} = 0$

Par conséquent :

$$\frac{\partial^2 g_{(x)}}{\partial X^2} > 0 \quad [2]$$

La relation [2] signifie qu'à l'équilibre optimum (profit maximum), la pente du coût marginale est positive, c'est-à-dire que le coût marginal est croissant.

Considérons maintenant une fonction de coût total continue et dérivable, et traçons les courbes de coût moyen et de coût marginal.



L'égalisation de la recette marginale et du coût marginal (condition de premier ordre) nous donne deux solutions : X_0 et X^* . Toutefois, la solution X_0 ne répond pas à la condition de second ordre de maximisation du profit. Par conséquent, seule la solution X^* est optimale X^* , car elle répond aux deux conditions de maximisation du profit (relations [1] et [2]). À ce niveau de production le profit est égal à la surface hachurée (surface P^*ABC). Si le prix venait à baisser, l'équilibre de l'entreprise se réaliserait avec des profits inférieurs. Toutefois, nous verrons que l'entreprise ne peut continuer à produire si le prix du marché venait à baisser au-dessous du minimum du coût variable moyen (à court terme).

Exercice 1

On considère une industrie composée de deux types d'entreprises fabriquant un produit homogène à des coûts différents. Les entreprises du premier type ont une fonction de coût total donnée par l'équation:

$$CT_1 = \frac{5}{3}.X^2 + \frac{200}{3}.X + 3000 \quad (X \text{ est la quantité produite})$$

Les entreprises du second type ont une fonction de coût total donnée par l'équation:

$$CT_2 = 5.X^2 + 200.X + 500$$

L'industrie est composée de 50 petites entreprises de chaque type.

Question 1: Déterminer l'équation et représenter graphiquement l'offre de marché pour le produit.

Question 2: Calculer le prix d'équilibre de courte période sachant que chacun des 1000 consommateurs de ce produit a une demande représentée par l'équation:

$$X = -0,01.P + 7 \quad (P : \text{le prix du produit})$$

Question 3: Calculer le profit individuel de chaque type de firme, ainsi que le profit global de chaque groupe d'entreprises.

Question 4: Vers quel prix d'équilibre on tendrait à long terme si les entreprises du second type remplaçaient les entreprises du premier type.

Question 5: Même question si les entreprises du premier type remplaçaient les entreprises du second type.

Solution

Question 1:

- L'offre des entreprises de type 1:

$$CT_1 = \frac{5}{3}X^2 + \frac{200}{3}X + 3000 \Rightarrow Cm_1 = \frac{10}{3}X + \frac{200}{3}$$

$$P = \frac{10}{3}X + \frac{200}{3} \Rightarrow X_i = 0,3P - 20$$

C'est l'offre individuelle de chaque entreprise de type 1. L'offre globale de l'ensemble des firmes composant ce premier type est:

$$X_1 = \sum X_i \quad (\text{avec } i = 1, 2, \dots, 50)$$

$$X_1 = 15P - 1000 \Rightarrow P = \frac{1}{15}X + 66,6$$

- L'offre des entreprises de type 2:

$$CT_2 = 5X^2 + 200X + 500 \Rightarrow Cm = 10X + 200$$

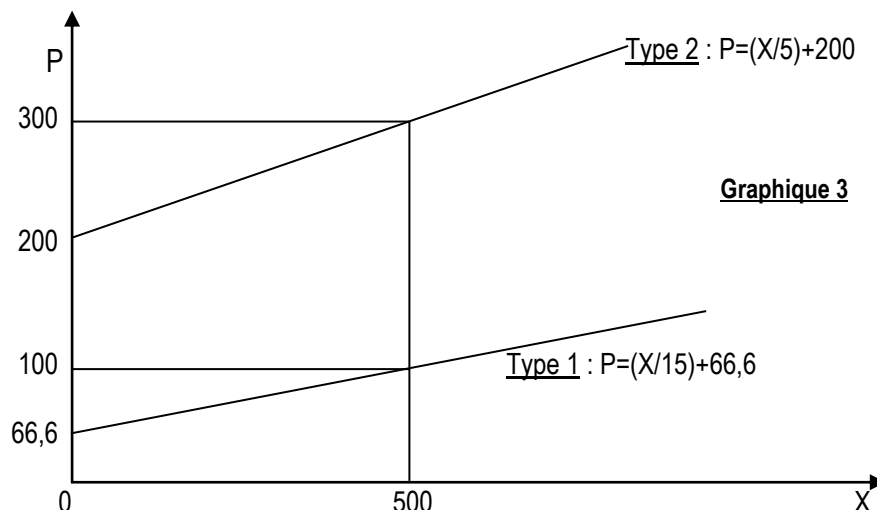
$$P = 10X + 200 \Rightarrow X_j = 0,1P - 20$$

C'est l'offre individuelle de chaque entreprise de type 2. L'offre totale des entreprises de type 2 est :

$$X_2 = \sum X_j \quad (\text{avec } j = 1, \dots, 50)$$

$$X_2 = 5P - 1000 \Rightarrow P = \frac{1}{5}X_2 + 200$$

Représentons graphiquement les offres des deux types d'entreprises:



On peut lire dans le graphique que:

- Si $P \leq 66,6$, alors l'offre globale est: $X_G = X_1 + X_2 = 0$

- Si $66,6 < P \leq 200$, alors l'offre globale est:

$$X_G = X_1 = 15.P - 1000 \quad \text{ou encore} \quad P = (X/15) + 66,6$$

- Si $200 < P$, alors l'offre globale est:

$$X_G = X_1 + X_2 = 20.P - 2000 \quad \text{ou encore} \quad P = (X/20) + 100$$

Question 2: Chacun des 1000 consommateurs a une fonction de demande qui s'exprime par l'équation : $X_k = -0,01.P + 7$ ($k = 1, \dots, 1000$). La demande globale est donc:

$$X_G = -10.P + 7000$$

Si $P > 200$, l'égalité de l'offre globale et la demande globale s'établit:

$$20.P - 2000 = -10.P + 7000 \Rightarrow P = 300 \quad \text{et} \quad X = 4000$$

Question 3: Pour trouver le profit individuel des entreprises de type 1, on cherche l'offre individuelle (X_i), avant de faire la différence entre la recette totale et le coût total.

- L'offre individuelle est: $X_i = 0,3.P - 20 \Rightarrow X_i = 70$

- La recette totale est : $RT_i = P.X_i = (300)(70) = 21000$

- Le coût total est : $CT_i = \frac{5}{3}.X_i^2 + \frac{22}{3}.X_i + 3000 \approx 15833$

- Le profit individuel des entreprises de type 1 est: $\pi_i = 5167$

- Le profit total des entreprises type 1 est: $\sum \Pi_i = 258350$

De même, pour trouver le profit individuel des entreprises de type 2, on cherche l'offre individuelle (X_j) avant de faire la différence entre la recette totale et le coût total.

- L'offre individuelle est: $X_j = 0,1.P - 20 \Rightarrow X_j = 10$

- La recette totale est : $RT_j = P.X_j = (300)(10) = 3000$

- Le coût total est : $CT_j = 5.X_j^2 + 200.X_j + 500 = 3000$

- Le profit individuel des entreprises de type 2 est donc: $\pi_j = 0$

Le second type d'entreprises ne réalise donc aucun profit.

Question 4: À long terme, si les entreprises du second type remplacent les entreprises du premier type alors l'offre globale devient:

$$X_0 = (0,1.P - 20).100 \Rightarrow X_0 = 10.P - 2000$$

Le prix d'équilibre et la quantité échangée ressortent de l'égalisation de l'offre totale et de la demande totale. A savoir: $10.P - 2000 = -10.P + 7000$

$$\Rightarrow P = 450 \quad \text{et} \quad X = 2500$$

Question 5: Si maintenant, à long terme, les entreprises de type 1 remplacent celles de type 2. L'offre totale sur le marché sera:

$$X_0 = (0,3.P - 20) \cdot 100 \Rightarrow X_0 = 30.P - 2000$$

Le prix d'équilibre ainsi que la quantité échangée se déduisent aisément de la confrontation de l'offre et de la demande. Soit:

$$30.P - 2000 = -10.P + 7000 \Rightarrow P = 225 \quad \text{et} \quad X = 4750$$

Exercice 2

Un producteur opère dans un marché de concurrence pure et parfaite et produit un bien X. Les fonctions d'offre globale et demande globale de ce bien sont données :

$$\text{Offre globale : } P = 0,5.X - 30$$

$$\text{Demande globale : } P = -X + 84$$

Question 1 : Déterminer les valeurs d'équilibre du marché à court terme (Prix et quantité échangée).

Question 2 : Sachant que la fonction de coût total du producteur est donnée par la relation :

$$CT = 0,3.X^2 + 0,8.X + 4$$

Déterminer l'équilibre du producteur (Quantité produite et profit réalisé à court terme). Commenter.

Solution

Question 1 : Les valeurs d'équilibre du marché sont déterminées par la confrontation de l'offre globale et la demande globale.

$$\text{Offre globale : } P = 0,5.X - 30 \Rightarrow X = 2.P + 60$$

$$\text{Demande globale : } P = -X + 84 \Rightarrow P = -X + 84 \Rightarrow X = -P + 84$$

$$2.P + 60 = -P + 84 \Rightarrow P = 8$$

$$\text{Ce qui donne : - L'offre globale sur le marché : } X = 2.P + 60 \Rightarrow OG_X = 76$$

$$\text{- La demande globale sur le marché : } X = -P + 84 \quad DG_X = 76$$

Question 2 : L'équilibre du producteur est déterminé par l'égalité du Coût marginal (Cm) et de la recette marginale (P=8). C'est-à-dire :

$$CT = 0,3.X^2 + 0,8.X + 4 \Rightarrow Cm = 0,6.X + 0,8$$

$$C_m = P \Rightarrow 0,6.X + 0,8 = 8 \Rightarrow X = 12$$

Dans ce cas, le profit du producteur est égal à la différence entre la recette totale (RT) et le Coût Total (CT). Sachant que : $RT = P.X$, on écrit :

$$\pi = [P.X] - [0,3.X^2 + 0,8.X + 4] \Rightarrow \pi = [(8)(12)] - [0,3.(12)^2 + 0,8.(12) + 4] \Rightarrow \pi = [96] - [56,8]$$

$$\text{D'où le } \pi = 39,2$$

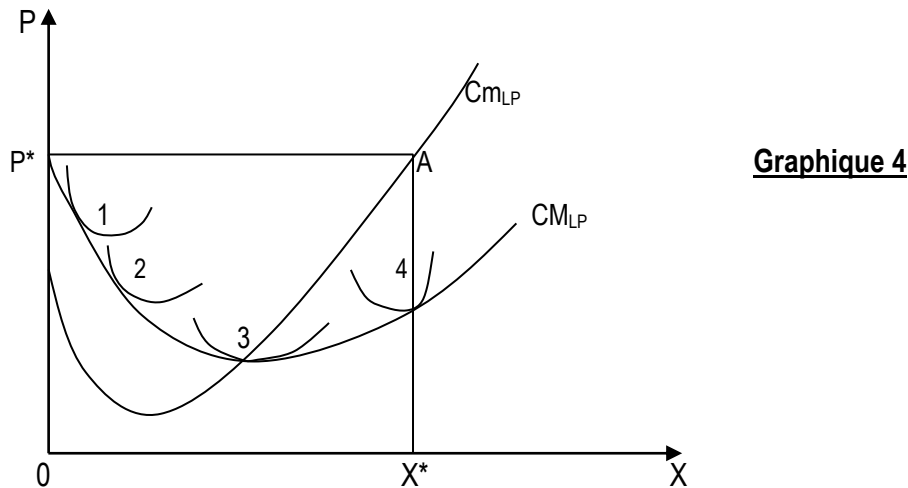
Le profit positif réalisé par le producteur va inciter de nouveaux producteurs à entrer dans la branche. Ce qui entraînera une augmentation de l'offre, et si la demande ne change pas, alors le prix du marché baissera, et avec lui le profit du producteur. Cette tendance continuera jusqu'à la disparition du profit qualifié de surprofit

§3. L'équilibre de l'entreprise en longue période

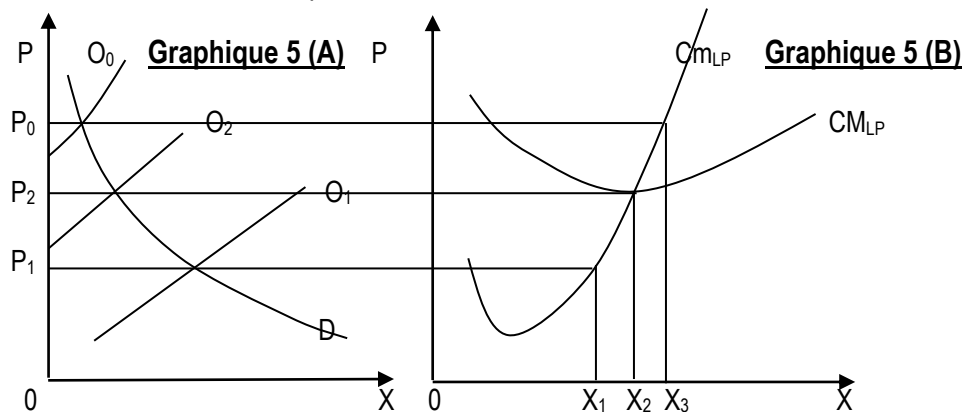
En longue période, toute entreprise installée sur le marché voit ses différents facteurs de production devenir variables, et peut donc bénéficier d'économies internes ou externes d'échelle. De même si la situation de courte période permet l'existence de profits "anormaux", étant donné qu'il n'y a pas de barrières à l'entrée du marché, le nombre d'entreprises opérant sur ce dernier est susceptible d'augmenter. Ce qui, éventuellement, contribue à l'accroissement de l'offre globale, et si la structure de la demande reste identique, alors le prix d'équilibre diminue et le profit réalisé en courte période se voit disparaître progressivement.

Bref, dans un premier temps, l'entreprise en place sur le marché établira ses coûts moyens et marginaux en fonction du niveau de prix du marché espéré et choisira la taille de son équipement ainsi que le taux d'utilisation de celui-ci de façon à obtenir le profit maximum.

Supposons que l'entreprise connaisse toutes ses possibilités de production et de coûts de longue période, et supposons que le prix P^* du marché se situe à un niveau tel que celui du graphique 4. Dans ce cas, l'entreprise égalise le prix du marché au coût marginal de longue période et produit donc la quantité X^* . On ne doit pas s'étonner de constater qu'une courbe de coût marginal de courte période coupe également le point A. Cela tient simplement au fait que l'on a représenté la fonction de coût de longue période à l'aide d'une courbe continue. Sur le graphique 4, c'est la courbe de courte période n°4 qui répond à cette condition. Par ailleurs la verticale AX^* passe par le point de tangence entre le coût moyen de longue période et le coût moyen de courte période. On peut avancer qu'au prix P^* , l'entreprise produira une quantité X^* en utilisant réellement la technologie n°4 (puisque celle-ci permet bien de procurer à l'entreprise le profit maximum).

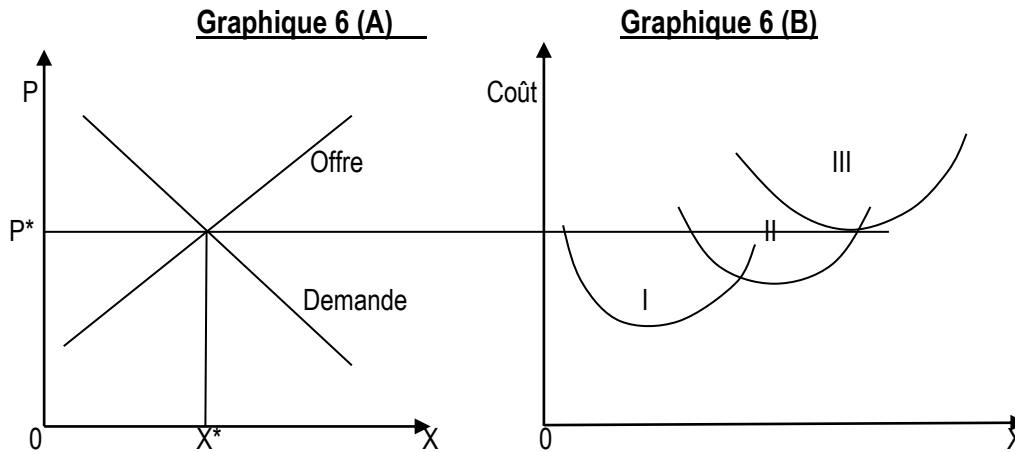


Cette situation profitable ne durera cependant pas puisque de nouvelles entreprises vont être incitées à s'introduire dans la branche, et par conséquent, elles vont contribuer à augmenter l'offre, réduire le prix du marché et réduire finalement les profits.



Supposons que l'entrée de nouvelles entreprises dans le marché soit telle que la fonction d'offre se déplace de O_0 à O_1 . Le prix du marché tombe alors de P_0 à P_1 . Ce nouveau prix ne couvre pas le coût moyen et ne peut donc être un prix d'équilibre pour l'entreprise. En effet, si en courte période, on peut admettre que le prix peut tomber au-dessous du minimum du coût moyen. En revanche, en longue période cela n'est plus possible car les entreprises doivent amortir l'équipement et rémunérer leur capital. Un certain nombre de firmes devra donc quitter la branche et l'équilibre se réalisera lorsque le nombre d'entreprises qui restera sera tel qu'il n'y aura plus de profits "anormaux", mais également tel que chacune d'elles recevra un taux de profit "normal" incorporé dans la fonction de coût. Sur les graphiques 5(A) et 5(B), cet équilibre se réalisera lorsque le prix sera égal à P_2 .

D'autre part, nous avons supposé jusqu'à présent que toutes les firmes produisaient dans les mêmes conditions de coût. Or, dans la réalité, il se peut que des entreprises ne soient pas toutes semblables, et que certaines soient avantagées par rapport à d'autres.



L'équilibre de longue période est obtenu lorsque le prix du marché couvre juste le coût moyen minimum de long terme de l'entreprise la moins bien placée, c'est-à-dire la moins rentable, mais dont la production reste cependant nécessaire pour satisfaire la demande totale du marché. C'est le cas dans le graphique 6(B) de l'entreprise de type III qui est dite "entreprise marginale" car sa survie demeure nécessaire pour que le niveau de production soit réellement égal à X^* . "L'entreprise marginale" couvre juste ses coûts de longue période et ne réalise donc pas de "surprofits" c'est-à-dire des "profits anormaux". En revanche, les entreprises de type II et I réalisent des "surprofits" puisqu'elles opèrent dans des conditions de coût plus avantageuses. En fait, on ne peut guère utiliser ici le terme de profit car ces situations favorables ne sont souvent pas imputables à un effort spécial d'innovation de la part des entreprises qui en bénéficient. Si donc les entreprises tirent avantage de situations géographiques favorables, ou de toute autre situation qui ne leur a exigé aucun effort particulier, on parlera alors de "rente" ou de "quasi-rente" pour souligner le caractère exceptionnel de ce résultat. Enfin, si la demande totale du marché diminue, les entreprises de type III quitteront le marché et les entreprises de type II ou d'un type intermédiaire deviendront marginales.

En définitive, il faut retenir qu'en situation de concurrence pure et parfaite, les agents économiques ont un comportement d'adaptation par les quantités. Celles-ci représentent donc leur seule variable d'action. Par ailleurs la situation de déséquilibre est exclue dans le cadre de la concurrence où l'échange ne se fait en principe qu'à l'équilibre. Néanmoins, cette situation peut être remise en cause dès le moment où on s'interroge sur l'existence concrète de l'agent du marché c'est-à-dire du fameux «commissaire-priseur».

Dans ce sens des auteurs contemporains tels que R.-W. Clower, A. Leijonhufvud, etc... , ont cherché à développer une analyse en termes de déséquilibre. La théorie du déséquilibre cherche à prendre en compte l'information incomplète pour se rapprocher de la réalité (voir notamment : J.-P. Giran, "Recherche d'information et déséquilibre", *Economica*, 1979).

Bref, à partir du moment où on considère qu'il n'y a plus de secrétaire du marché pour annoncer le prix d'équilibre et faire en sorte que les échanges aient lieu effectivement, il faut alors admettre que les prix sont fixés, au moins pour une certaine période, par les entreprises. Evidemment dans ce cas, ce serait un miracle que les prix ainsi proposés soient les prix d'équilibre en présence de l'agent du marché.

Exercice 3

Supposons que dans une industrie quelconque, 1000 entreprises semblables se partagent le marché et se trouvent en situation de concurrence pure et parfaite. Les conditions de coût dans lesquelles opère chacune de ces entreprises sont telles que le coût total obéit à l'équation :

$$CT_i = 10.X_i^2 + 10.X_i + 360 \quad (i = 1, 2, \dots, 1000)$$

La fonction de demande sur le marché est de la forme :

$$XD = -5.P + 10500$$

Question 1: Déterminer le prix d'équilibre et la quantité vendue par chaque entreprise ainsi que le profit à court terme.

Question 2: Déterminer les valeurs d'équilibre à long terme.

Question 3: Déterminer le nombre d'entreprises nouvelles devant entrer dans la branche pour satisfaire la demande sur le marché (on suppose que la structure de la demande n'a pas changé)

Solution

Question 1: Sur un marché concurrentiel, le prix d'équilibre se détermine par la confrontation de l'offre globale et de la demande globale.

L'offre individuelle est : $P = C_m \Rightarrow P = 20.X_i + 10 \Rightarrow X_i = 0,05.P - 0,5$

L'offre globale est: $X_0 = \sum_{i=1}^{1000} X_i$

Soit: $X_0 = [0,05.P - 0,5].(1000) \Rightarrow X_0 = 50.P - 500$

- Le prix d'équilibre est alors obtenu en faisant $X_0 = XD$:

$$50.P - 500 = -5.P + 10500 \Rightarrow P = 200$$

- La quantité échangée sur le marché est : $X_0 = X_D = X = 9500$

- La quantité vendue par chaque entreprise est: $X_i = \frac{9500}{1000} = 9,5$

- Le profit de chaque entreprise est : $\pi_i = RT_i - CT_i = 542,5$

- Le profit global est : $\pi = (542,5).(1000) = 542500$

Question 2: On sait qu'en longue période il ne peut exister de profits "anormaux". Par conséquent, le prix du marché s'établit en longue période au niveau du minimum de coût total moyen.

$$CTM = 10.X_i + 10 + \frac{360}{X_i}$$

$$\frac{\partial CTM}{\partial X} = 0 \Rightarrow 10 - \frac{360}{X_i^2} = 0 \Rightarrow X_i = 6$$

$$\text{Si } X_{(i)} = 6 \Rightarrow CTM_{(i)} = 130 \text{ et donc } P = 130$$

Question 3: Si on suppose que la demande est constante en longue période, alors la quantité demandée sera :

$$\left. \begin{array}{l} X_D = -5.P + 10500 \\ P = 130 \end{array} \right\} \Rightarrow X = 9850$$

Par ailleurs, chaque entreprise peut offrir: $P = Cm_{(i)} \Rightarrow 130 = 20.X_i + 10 \Rightarrow X_i = 6$

Pour que l'offre soit égale à la demande (c'est-à-dire $X_0 = 9850$), et puisque chaque entreprise peut offrir $X = 6$, il faut donc : $9850/6 = 1642$ entreprises soient établies sur le marché. Autrement dit, il faut que 642 entreprises nouvelles entrent dans la branche.

Exercice 4

Soit un marché concurrentiel dans lequel opère n entreprises dont la fonction de coût total est identique et de la forme:

$$CT_i = 0,2.X_i^2 + 4.X_i + 5 \quad \forall i \in \{1,2,\dots,n\}$$

Par ailleurs, la demande globale exprimée sur le marché est de la forme :

$$X = \sum_{i=1}^n X_i \Rightarrow P = 10 - \frac{X}{20} \quad (P \text{ est le prix du marché})$$

Question 1 : Déterminer le volume de production de chaque entreprise en longue période.

Question 2 : Déterminer le nombre d'entreprises devant opérer sur le marché en situation de longue période.

Solution

Question 1 : En longue période, et en situation concurrentielle, l'équilibre est réalisé au minimum du coût total moyen, c'est-à-dire au point de contact du Coût Total Moyen (CTM) et du Coût marginal (Cm).

$$CTM_i = 0,2.X_i + 4 + \frac{5}{X_i} \quad \text{et} \quad Cm_i = 0,4.X_i + 4$$

$$CTM_i = Cm_i \Rightarrow 0,2.X_i + 4 + \frac{5}{X_i} = 0,4.X_i + 4 \Rightarrow 0,2.X_i = \frac{5}{X_i} \Rightarrow X_i = 5$$

Ce qui correspond également au minimum du coût total moyen.

Question 2 : Puisque le prix correspond, en longue période, au minimum du CTM :

$$\left. \begin{array}{l} P = 0,2.X_i + 4 + \frac{5}{X_i} \\ X_i = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow P = 6$$

En remplaçant $P = 6$ dans la demande globale, il vient :

$$P = 10 - \frac{X}{20} \Rightarrow 6 = 10 - \frac{X}{20} \Rightarrow X = 80$$

Puisque chaque entreprise produit $X_i=5$, il faut donc $(80/5)=16$ entreprises au total pour satisfaire la demande globale.

Exercice 5

Deux producteurs (A et B) opèrent dans un marché de concurrence pure et parfaite. Les courbes des coûts totaux à court terme des deux producteurs sont données par les relations suivantes :

$$CT_A = X^3 - 6.X^2 + 15.X \quad \text{et} \quad CT_B = X^3 - 3.X^2 + 4.X \quad (4)$$

Question 1 : Sachant que le prix du marché $P=8$, déterminer les quantités produites par les deux producteurs ainsi que les profits réalisés.

Question 2 : Déterminer les prix à partir desquels les deux producteurs seront éliminés du marché.

Question 3 : Faire les représentations graphiques des solutions trouvées.

Solution

Question 1 : chaque producteur fixe une quantité en égalisant $R_m=C_m$. Par ailleurs, on sait que le prix représente également la recette marginale (R_m) du producteur opérant dans un marché concurrentiel.

a. Pour le producteur A :

$$\left. \begin{array}{l} C_{m_A} = 3.X^2 - 12.X + 15 \\ R_m = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 8 = 3.X^2 - 12.X + 15 \Rightarrow -3.X^2 + 12.X - 7 = 0$$

Les racines (solutions) de cette équation de second degré sont : $X_1 \approx 0,7$ et $X_2 \approx 3,3$. L'application de la condition de second ordre nous donne la solution optimale. Cette condition stipule que la pente du coût marginal du producteur est positive, c'est-à-dire que :

$$\frac{\partial(3.X^2 - 12.X + 15)}{\partial X} > 0 \Rightarrow 6.X - 12 > 0 \Rightarrow X > 2$$

La solution optimale est donc $X_A = 3,3$

$$\text{Le profit est alors : } \pi = RT - CT \Rightarrow (8).(3,3) - [(3,3)^3 - 6.(3,3)^2 + 15.(3,3)] \Rightarrow \pi \approx 6,3$$

b. Pour le producteur B :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cm}_B = 3.X^2 - 6.X + 4 \\ \text{Rm} = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Rm} = \text{Cm} \Rightarrow 8 = 3.X^2 - 6.X + 4 \Rightarrow -3.X^2 + 6.X + 4 = 0$$

Les racines (solutions) de cette équation de second degré sont : $X_1 \approx -0,53$ et $X_2 \approx 2,53$. Comme une production ne peut être négative, la solution optimale est donnée par $X_2 = 2,53$. Cette solution peut être confirmée par l'application de la condition de second ordre de maximisation, à savoir que la pente du coût marginal du producteur doit être positive :

$$\frac{\partial(3.X^2 - 6.X + 4)}{\partial X} > 0 \Rightarrow 6.X - 6 > 0 \Rightarrow X > 1$$

La production optimale est donnée finalement par $X_2 = 2,53$

$$\text{Le profit est alors : } \pi = \text{RT} - \text{CT} \Rightarrow (8).(2,53) - [(2,53)^3 - 3.(2,53)^2 + 4.(2,53)] \Rightarrow \pi \approx 13,12$$

Question 2 : Les prix à partir desquels les deux producteurs seront éliminés du marché sont déterminés par le minimum du coût total de chaque producteur.

a. Pour le producteur A : on a $\text{CM}_A = \frac{\text{CT}_A}{X} = X^2 - 6.X + 15$

Le minimum de cette fonction est alors obtenu en annulant la dérivée première, soit :

$$2.X - 6 = 0 \Rightarrow X = 3$$

Pour une quantité $X=3$, on a $\text{CM} = 6$. Le prix minimum pour le producteur A est donc $P=6$

b. Pour le producteur B : on a $\text{CM}_B = \frac{\text{CT}_B}{X} = X^2 - 3.X + 4$

Le minimum de cette fonction est alors obtenu en annulant la dérivée première, soit :

$$2.X - 3 = 0 \Rightarrow X = 1,5$$

Pour une quantité $X=1,5$, on a $\text{CM} = 1,75$. Le prix minimum pour le producteur B est donc $P=1,75$

Question 3 : Les représentations graphiques des solutions trouvées.

