

Leçon n°5

LE MARCHÉ DU DUOPOLE : LE MODÈLE DE COURNOT

Cours de Microéconomie 2 (Module : M9)

Professeur : M. LEGSSYER

Le marché du duopole est un marché dans lequel deux entreprises vendent un bien homogène à une multitude de demandeurs. Le marché du duopole est présenté comme un marché de stratégies dans la mesure où la taille importante des deux entreprises leur offre la disposition d'une part importante du marché si bien que les décisions prises par chacun des producteurs affecteront nécessairement le profit réalisé par l'entreprise concurrente. De ce fait, les deux producteurs se trouvent interdépendants dans un marché de duopole.

La présentation simple du modèle étudié par Augustin Cournot constitue le point de départ de l'analyse du marché du duopole. Dans ce type de modèle, on part de l'hypothèse que chaque entreprise suppose qu'elle est, seule, capable d'adapter sa production à celle de l'entreprise concurrente. Autrement dit, chaque producteur cherche à maximiser son profit, en supposant que le concurrent ne change pas sa production, et en adaptant en conséquence sa propre production à celle de l'entreprise concurrente.

Cependant, si chaque duopoleur suppose qu'il est le seul à avoir une capacité d'adaptation, en réalité, les deux entreprises réagiront chacune, aux décisions de l'autre.

Pour démontrer les conditions d'équilibre des deux concurrents en situation de duopole, considérons les données suivantes :

- X_1 et X_2 sont les quantités produites par les entreprises 1 et 2.
- La fonction de demande sur le marché est de la forme: $P = f_{(X_1+X_2)}$.

Dans ce cas, la recette totale de chaque entreprise dépend à la fois de sa propre production ainsi que de celle de son concurrent.

$$RT_1 = X_1 \cdot f_{(X_1+X_2)} \quad \text{et} \quad RT_2 = X_2 \cdot f_{(X_1+X_2)}$$

Si chaque entreprise dispose d'une fonction de coût spécifique:

$$CT_1 = g_{(X_1)} \quad \text{et} \quad CT_2 = h_{(X_2)}$$

Les profits des deux entreprises sont alors :

$$\pi_1 = X_1 \cdot f_{(X_1+X_2)} - g_{(X_1)}$$

$$\pi_2 = X_2 \cdot f_{(X_1+X_2)} - h_{(X_2)}$$

Croyant que le concurrent est sans réaction, chaque duopoleur maximise son profit d'après son propre niveau de production. Les conditions de maximum sont:

$$\text{Pour l'entreprise 1: } \frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial RT_1}{\partial X_1} = \frac{\partial CT_1}{\partial X_1} \quad [1]$$

$$\text{Pour l'entreprise 2: } \frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial RT_2}{\partial X_2} = \frac{\partial CT_2}{\partial X_2} \quad [2]$$

Chaque duopoleur maximise donc son profit en égalisant sa recette marginale et son coût marginal. Le duopole est en équilibre si aucune entreprise ne cherche à modifier son équilibre. Pour exprimer cette situation, on tire à partir des relations [1] et [2] deux fonctions implicites appelées «fonctions de réaction» qui s'expriment de la façon suivante:

$$X_1 = \varphi_{(X_2)} \quad \text{et} \quad X_2 = \psi_{(X_1)}$$

La fonction de réaction de l'entreprise 1 donne pour toutes les valeurs de X_1 , la valeur de X_2 qui maximise le profit.

La fonction de réaction de l'entreprise 2 donne pour toutes les valeurs de X_1 , la valeur de X_2 qui maximise également le profit.

Exercice 1

Le marché d'un bien comporte deux vendeurs confrontés à une multitude d'acheteurs, dont la demande est : $X_D = -P + 100$. Les deux entreprises ont les fonctions de coût suivantes :

$$CT_1 = 2.X_1^2 + 20 \quad \text{et} \quad CT_2 = 3.X_2^2 + 10$$

Question 1: Déterminer le prix du marché, les quantités produites et le profit des entreprises lorsque celles-ci se comportent comme si elles étaient en situation de concurrence pure et parfaite.

Question 2: Même question si on suppose que chaque entreprise prend sa décision en considérant la production de l'autre comme donnée. Déterminer les équations des courbes de réactions de ces deux entreprises, le prix du marché et les profits respectifs.

Solution

Question 1: Une entreprise produisant un bien en situation concurrentielle fixe son niveau de production de telle sorte que le coût marginal (C_m) soit égal à la recette marginale (R_m). Soit, donc, pour les deux producteurs. Le prix représente aussi la marginale dans un marché de concurrence pure et parfaite (car le prix est constant quel que soit la quantité vendue par le producteur)

Entreprise 1

$$P = Cm_1 \Rightarrow P = 4.X_1$$

$$X_1 = \frac{1}{4}.P$$

Entreprise 2

$$P = Cm_2 \Rightarrow P = 6.X_2$$

$$X_2 = \frac{1}{6}.P$$

L'offre globale sur le marché est :

$$X_O = X_1 + X_2 \Rightarrow X_O = \frac{10}{24}.P$$

Le prix du marché est déduit de l'égalité : $X_O = X_D$

$$\frac{10}{24}.P = -P + 100 \Rightarrow P \approx 70,6$$

Les quantités produites et les profits respectifs sont :

$$X_1 = \frac{1}{4}.P \Rightarrow X_1 \approx 17,65 \quad \text{et} \quad \underline{\pi_1 \approx 603}$$

$$X_2 = \frac{1}{6}.P \Rightarrow X_2 \approx 11,76 \quad \text{et} \quad \underline{\pi_2 \approx 405}$$

Question 2 : La fonction de demande est donnée par :

$$X = -P + 100 \Rightarrow P = -X + 100$$

Puisque $X = X_1 + X_2$, on peut écrire: $P = -(X_1 + X_2) + 100$

Par conséquent, on peut établir pour l'entreprise 1 :

$$RT_1 = P.X_1 = [-(X_1 + X_2) + 100].X_1$$

$$CT_1 = 2.X_1^2 + 20$$

$$\pi_1 = -X_1^2 - X_1.X_2 + 100.X_1 - 2.X_1^2 - 20$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = -2.X_1 - X_2 + 100 - 4.X_1 = 0 \Rightarrow \boxed{X_1 = \frac{100 - X_2}{6}}$$

C'est la courbe de réaction de l'entreprise 1.

On peut établir le même raisonnement pour l'entreprise 2:

$$RT_2 = P.X_2 = 100.X_2 - X_1.X_2 - X_2^2 \quad \text{et} \quad CT_2 = 3.X_2^2 + 10$$

$$\pi_2 = 100.X_2 - X_1.X_2 - X_2^2 - 3.X_2^2 - 10$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = 100 - X_1 - 2.X_2 - 6.X_2 = 0 \Rightarrow \boxed{X_2 = \frac{100 - X_1}{8}}$$

C'est la courbe de réaction de l'entreprise 2.

On peut reformuler les deux courbes de réaction de la manière suivante :

$$6.X_1 - 100 + X_2 = 0 \Rightarrow 48.X_1 - 800 + 8.X_2 = 0 \quad (1)$$

$$8.X_2 - 100 + X_1 = 0 \quad (2)$$

En faisant (1)-(2), on trouve: $47.X_1 = 700 \Rightarrow \boxed{X_1 = 14,9}$

En remplaçant dans la fonction de réaction de l'entreprise 2, on a : $\boxed{X_2 \approx 10,6}$

Le prix du marché ainsi que les profits respectifs se dégagent facilement :

$$P = -(X_1 + X_2) + 100 = -(14,9 + 10,6) + 100 \Rightarrow \underline{P = 74,5}$$

$$\pi_1 = RT_1 - CT_1 \Rightarrow \underline{\pi_1 = 646} \quad \text{et} \quad \pi_2 = RT_2 - CT_2 \Rightarrow \underline{\pi_2 = 443}$$

En comparant ces résultats avec ceux obtenus à la question précédente on peut remarquer que le passage de la situation concurrentielle à la situation de duopole profite aux deux entreprises au détriment évidemment des consommateurs.

Exercice 2

Deux firmes se partagent le marché d'un bien X. La firme 1 produit une quantité X_1 et sa fonction de coût total a pour expression :

$$CT_1 = 20.X_1^2 + 50.X_1 + 100$$

La firme 2 produit une quantité X_2 et a pour fonction de coût total :

$$CT_2 = \frac{-5}{2}.X_2^2 + 140.X_2 + 200$$

La fonction de demande globale du marché s'exprime de la manière suivante :

$$P = -5.X + 200 \quad (\text{avec } X = X_1 + X_2)$$

Question 1: On suppose que chaque entreprise ignore la présence de l'autre. Déterminer dans cette hypothèse les valeurs d'équilibre.

Question 2: On considère maintenant que chaque entreprise tient compte de l'offre faite par son concurrent. On admet que la recherche de l'équilibre d'une entreprise se fait en supposant que l'autre entreprise ne changera pas son offre. Calculer les quantités qui seront offertes à l'équilibre par chaque entreprise et les profits respectifs.

Question 3: Représenter graphiquement les courbes de réaction de chaque entreprise et montrer comment s'opère le cheminement vers l'équilibre.

Solution

Question 1: Croyant qu'elle est seule sur le marché, chaque entreprise fait l'erreur d'assimiler la fonction de demande du marché à sa propre fonction de recette moyenne.

* Pour l'entreprise 1:

$$RM_1 = -5.X_1 + 200 \quad (\text{l'entreprise 1 croit que } X = X_1)$$

$$RT_1 = -5.X_1^2 + 200.X_1 \Rightarrow Rm_1 = -10.X_1 + 200$$

$$Cm_1 = 40.X_1 + 50 \quad \text{et} \quad Cm_1 = Rm_1 \Rightarrow 40.X_1 + 50 = -10.X_1 + 200 \Rightarrow \underline{X_1 = 3}$$

* Pour l'entreprise 2:

$$RM_2 = -5.X_2 + 200 \quad (\text{l'entreprise 2 croit que } X = X_2)$$

$$RT_2 = -5.X_2^2 + 200.X_2 \Rightarrow Rm_2 = -10.X_2 + 200, \text{ et on a : } Cm_2 = -5.X_2 + 140$$

$$Cm_2 = Rm_2 \Rightarrow -5.X_2 + 140 = -10.X_2 + 200 \Rightarrow \underline{X_2 = 12}$$

En réalité le prix du marché dépend de l'offre globale, c'est-à-dire de $X = X_1 + X_2$. Donc:

$$P = -5.(X_1 + X_2) + 200 \Rightarrow \underline{P = 125}$$

Les profits respectifs sont :

$$\pi_1 = P.X_1 - CT_1 = (125).(3) - [20.(3)^2 + (50).(3) + 100] \Rightarrow \underline{\pi_1 = -55}$$

$$\pi_2 = P.X_2 - CT_2 = (125).(12) - \left[\left(\frac{5}{2} \right).(12)^2 + (140).(12) + 200 \right] \Rightarrow \underline{\pi_2 = -20}$$

Les deux entreprises subissent des pertes du fait de leur mauvaise appréciation du prix du marché. Ce dernier dépend en effet de l'offre globale, et il se trouve nettement inférieur à celui attendu par les deux entreprises. L'entreprise 1 pouvait en effet croire que le prix allait être égal à 185 (c'est-à-dire $P = -5.X_1 + 200$), et l'entreprise 2 pouvait également croire que le prix allait être égal à 140 (c'est-à-dire $P = -5.X_2 + 200$). Les deux entreprises n'ont donc pas intérêt à s'ignorer mutuellement.

Question 2: On est dans l'hypothèse de Cournot. La fonction de demande peut s'écrire :

$$P = -5(X_1 + X_2) + 200 = -5.X_1 - 5.X_2 + 200$$

* Pour l'entreprise 1:

$$\pi_1 = P.X_1 - CT_1 \Rightarrow \pi_1 = [(-5.X_1 - 5.X_2 + 200).X_1] - [20.X_1^2 + 50.X_1 + 100]$$

$$\pi_1 = -25.X_1^2 - 5.X_1.X_2 + 150.X_1 - 100$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = -50.X_1 - 5.X_2 + 150 = 0 \Rightarrow \underline{X_1 = 0.1.X_2 + 3} \quad (1)$$

La relation (1) représente la fonction de réaction de l'entreprise 1.

* Pour l'entreprise 2:

$$\pi_2 = P.X_2 - CT_2 \Rightarrow \pi_2 = [(-5.X_1 - 5.X_2 + 200).X_2] - \left[\left(\frac{-5}{2}.X^2 + 140.X_2 + 200\right)\right]$$

$$\pi_2 = \frac{-5}{2}.X_2^2 + 60.X_2 - 5.X_1.X_2 - 200$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = -5.X_2 + 60 - 5.X_1 = 0 \Rightarrow \underline{X_2 = -X_1 + 12} \quad (2)$$

La relation (2) représente la fonction de réaction de l'entreprise 2.

On peut reformuler les relations (1) et (2) comme suit :

$$X_1 + 0,1.X_2 - 3 = 0 \quad (3)$$

$$X_2 + X_1 - 12 = 0 \quad (4)$$

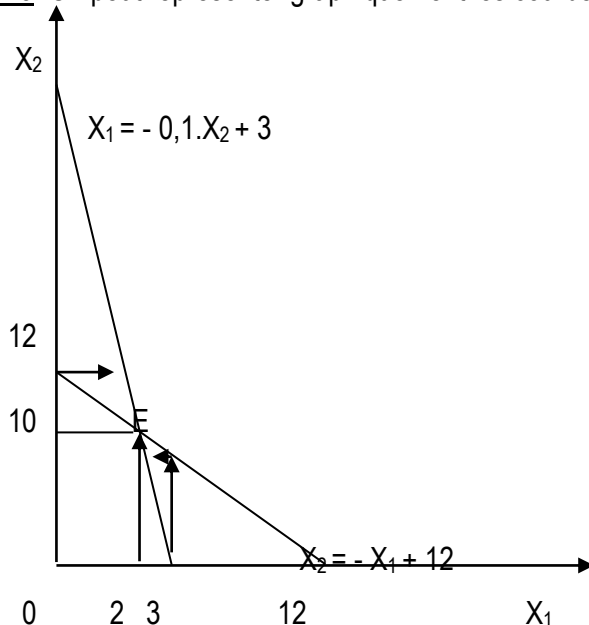
En faisant (3)-(4), on trouve: $X = 10$ et $X = 2$

Le prix du marché est alors déterminé par : $P = -5.(X_1 + X_2) + 200 \Rightarrow \underline{P = 140}$

Les profits sont : $\pi_1 = P.X_1 - CT_1 = [(140).(2)] - [(20).(2)^2 + (50).(2)+100] \Rightarrow \underline{\pi_1 = 0}$

$$\pi_2 = P.X_2 - CT_2 = [(140).(10)] - \left[\frac{-5}{2}(10)^2 + (140).(10)+200\right] \Rightarrow \underline{\pi_2 = 50}$$

Question 3: On peut représenter graphiquement les courbes de réaction des deux entreprises.



- Si on considère que l'entreprise 2 ignore la présence de la firme 1, c'est-à-dire si on considère que $X_1 = 0$ alors :

$$X_2 = -X_1 + 12 = -0 + 12 = 12 \quad (\text{voir réponse à la question 1})$$

$$\text{- Si } X_2 = 12 \Rightarrow X_1 = -0,1.X_2 + 3 = -0,1.(12) + 3 = 1,8$$

$$\text{- Si } X_1 = 1,8 \Rightarrow X_2 = -X_1 + 12 = -1,8 + 12 = 10,2$$

$$\text{- Si } X_2 = 10,2 \Rightarrow X_1 = -0,1.X_2 + 3 = -0,1.(10,2) + 3 = 1,98$$

Le processus d'adaptations réciproques des deux entreprises continue ainsi jusqu'au point d'équilibre E.

- Si on considère maintenant que l'entreprise 1 ignore la présence de l'entreprise 2, c'est-à-dire que :

$$\text{- Si } X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = -0,1.X_2 + 3 = 3 \quad (\text{voir question 1})$$

$$\text{- Si } X_1 = 3 \Rightarrow X_2 = -X_1 + 12 = 9$$

$$\text{- Si } X_2 = 9 \Rightarrow X_1 = -0,1.X_2 + 3 = 2,1$$

$$\text{- Si } X_1 = 2,1 \Rightarrow X_2 = -X_1 + 12 = 9,9$$

Là encore, le processus d'adaptations simultanées continue jusqu'au point d'équilibre E.