



Deux firmes se partagent le marché d'un bien X. La firme 1 produit une quantité X_1 et a pour fonction de coût total :

$$CT_1 = 20.X_1^2 + 50.X_1 + 100$$

La firme 2 produit une quantité X_2 et a pour fonction de coût total :

$$CT_2 = 10.X_2^2 + 100.X_2 + 200$$

La fonction de demande du marché s'exprime de la manière suivante :

$$P = -3.X + 400 \quad (\text{avec } X = X_1 + X_2)$$

Question 1 (5 points): On suppose que chaque entreprise ignore la présence de l'autre. Déterminer dans cette hypothèse les valeurs d'équilibre (Quantités, prix et profits).

Question 2 (5 points): On considère maintenant que chaque entreprise tient compte de l'offre faite par son concurrent. On admet que la recherche de l'équilibre d'une entreprise se fait en supposant que l'autre entreprise ne changera pas son offre. Calculer les quantités qui seront offertes à l'équilibre par chaque entreprise et les profits respectifs.

Question 3 (5 points): Représenter graphiquement les courbes de réaction de chaque entreprise et montrer comment s'opère le cheminement vers l'équilibre.

Question 4 (5 points): Expliquer pourquoi qualifie-t-on ce type de marché de "marché de stratégie" ? Faire brièvement l'analogie avec la théorie des jeux de stratégie.

Solution

Question 1: Croyant qu'elle est seule sur le marché, chaque entreprise fait l'erreur d'assimiler la fonction de demande du marché à sa propre fonction de recette moyenne.

* Pour l'entreprise 1:

$$RM_1 = -3.X_1 + 400 \quad (\text{l'entreprise 1 croit que } X = X_1)$$

$$RT_1 = -3.X_1^2 + 400.X_1 \quad \Rightarrow \quad Rm_1 = -6.X_1 + 400$$

$$CT_1 = 20.X_1^2 + 50.X_1 + 100 \Rightarrow Cm1 = 40.X_1 + 50$$

$$Cm1 = Rm1 \Rightarrow 40.X_1 + 50 = -6.X_1 + 400 \Rightarrow 46.X_1 = 350 \Rightarrow \mathbf{X_1 = 7,61}$$

* Pour l'entreprise 2:

$$RM2 = -3.X_2 + 400 \quad (\text{l'entreprise 2 croit que } X = X_2)$$

$$RT2 = -3.X_2^2 + 400.X_2 \Rightarrow Rm2 = -6.X_2 + 400$$

$$CT_2 = 10.X_2^2 + 100.X_2 + 200 \Rightarrow Cm2 = 20.X_2 + 100$$

$$Cm2 = Rm2 \Rightarrow 20.X_2 + 100 = -6.X_2 + 400 \Rightarrow 26.X_2 = 300 \Rightarrow \mathbf{X_2 = 11,54}$$

En réalité le prix du marché dépend de l'offre globale, c'est-à-dire de $X = X_1 + X_2$.

$$\text{Donc: } P = -3.(X_1 + X_2) + 400 \Rightarrow P = -3.(7,61 + 11,54) + 400 \quad \mathbf{P = 365,63}$$

Les profits respectifs sont :

$$\pi_1 = P.X_1 - CT_1 = (365,63).(7,61) - [20.(7,61)^2 + (50).(7,61) + 100] = 2782,44 - (1158,24 + 480,5)$$

$$\Rightarrow \pi_1 = 2782,44 - 1638,74 \Rightarrow \mathbf{\pi_1 = 1143,7}$$

$$\pi_2 = P.X_2 - CT_2 = (365,63).(11,54) - [10.(11,54)^2 + (100).(11,54) + 200]$$

$$\Rightarrow \pi_2 = (4219,37) - (1331,72 + 1154 + 200) \Rightarrow \mathbf{\pi_2 = 1533,65}$$

Les deux entreprises subissent des pertes du fait de leur mauvaise appréciation du prix du marché. Ce dernier dépend en effet de l'offre globale et il se trouve nettement inférieur à celui escompté par les deux entreprises. En effet :

L'entreprise 1 pouvait croire que le prix allait être égal à 377,17

$$\text{C'est-à-dire } P = -3.X_1 + 400 \Rightarrow P = -3.(7,61) + 400 = 377,17$$

De même, l'entreprise 2 pouvait également croire que le prix allait être égal à 365,38

$$\text{C'est-à-dire } P = -3.X_2 + 400 \Rightarrow P = -3.(11,54) + 400 = 365,38.$$

Bref, les deux entreprises n'ont donc pas intérêt à s'ignorer mutuellement.

Question 2: On est dans l'hypothèse de Cournot. La fonction de demande peut s'écrire :

$$P = -3(X_1 + X_2) + 400 = -3.X_1 - 3.X_2 + 400$$

* Pour l'entreprise 1:

$$\pi_1 = P.X_1 - CT_1 \Rightarrow \pi_1 = [(-3.X_1 - 3.X_2 + 400).X_1] - [20.X_1^2 + 50.X_1 + 100]$$

$$\pi_1 = (-3.X_1^2 - 3.X_1.X_2 + 400.X_1) - (20.X_1^2 + 50.X_1 + 100)$$

$$\pi_1 = -23.X_1^2 - 3.X_1.X_2 + 350.X_1 - 100$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = -46.X_1 - 3.X_2 + 350 = 0$$

$$46.X_1 = -3.X_2 + 350 \Rightarrow X_1 = -0,065.X_2 + 7,61 \quad (1)$$

La relation (1) représente la fonction de réaction de la firme 1.

* Pour l'entreprise 2: $CT_2 = 10.X_2^2 + 100.X_2 + 200$

$$\pi_2 = P.X_2 - CT_2 \Rightarrow \pi_2 = [(-3.X_1 - 3.X_2 + 400).X_2] - [10.X_2^2 + 100.X_2 + 200]$$

$$\pi_2 = (-3.X_1.X_2 - 3.X_2^2 + 400.X_2) - (10.X_2^2 + 100.X_2 + 200)$$

$$\pi_2 = -13.X_2^2 - 3.X_1.X_2 + 300.X_2 - 200$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = -26.X_2 - 3.X_1 + 300 = 0$$

$$\Rightarrow 26.X_2 = -3X_1 + 300 \Rightarrow X_2 = -0,115.X_1 + 11,54 \quad (2)$$

La relation (2) représente la fonction de réaction de la firme 2.

On peut reformuler les relations (1) et (2) comme suit :

$$X_1 + 0,065.X_2 - 7,61 = 0 \quad (3)$$

$$0,065.X_2 + 0,007.X_1 - 0,75 = 0 \quad (4) \text{ en multipliant (2) par 0,065}$$

$$\text{et en faisant (1)-(2) : } X_1 - 0,007.X_1 - 7,61 + 0,75 = 0 \Rightarrow 0,993.X_1 = 6,86 \Rightarrow \mathbf{X_1 = 6,91}$$

$$\text{Puisque } X_2 = -0,115.X_1 + 11,54 \Rightarrow X_2 = -0,115.(6,91) + 11,54 \Rightarrow \mathbf{X_2 = 10,75}$$

$$\text{Le prix du marché est : } P = -3 (X_1 + X_2) + 400 \Rightarrow P = -3 (6,91 + 10,75) + 400$$

$$\Rightarrow \mathbf{P = 360,84}$$

Les profits respectifs sont alors :

$$\pi_1 = P.X_1 - CT_1 \Rightarrow \pi_1 = [(360,84).(6,91)] - [20.(6,91)^2 + 50.(6,91) + 100] = 1092,94$$

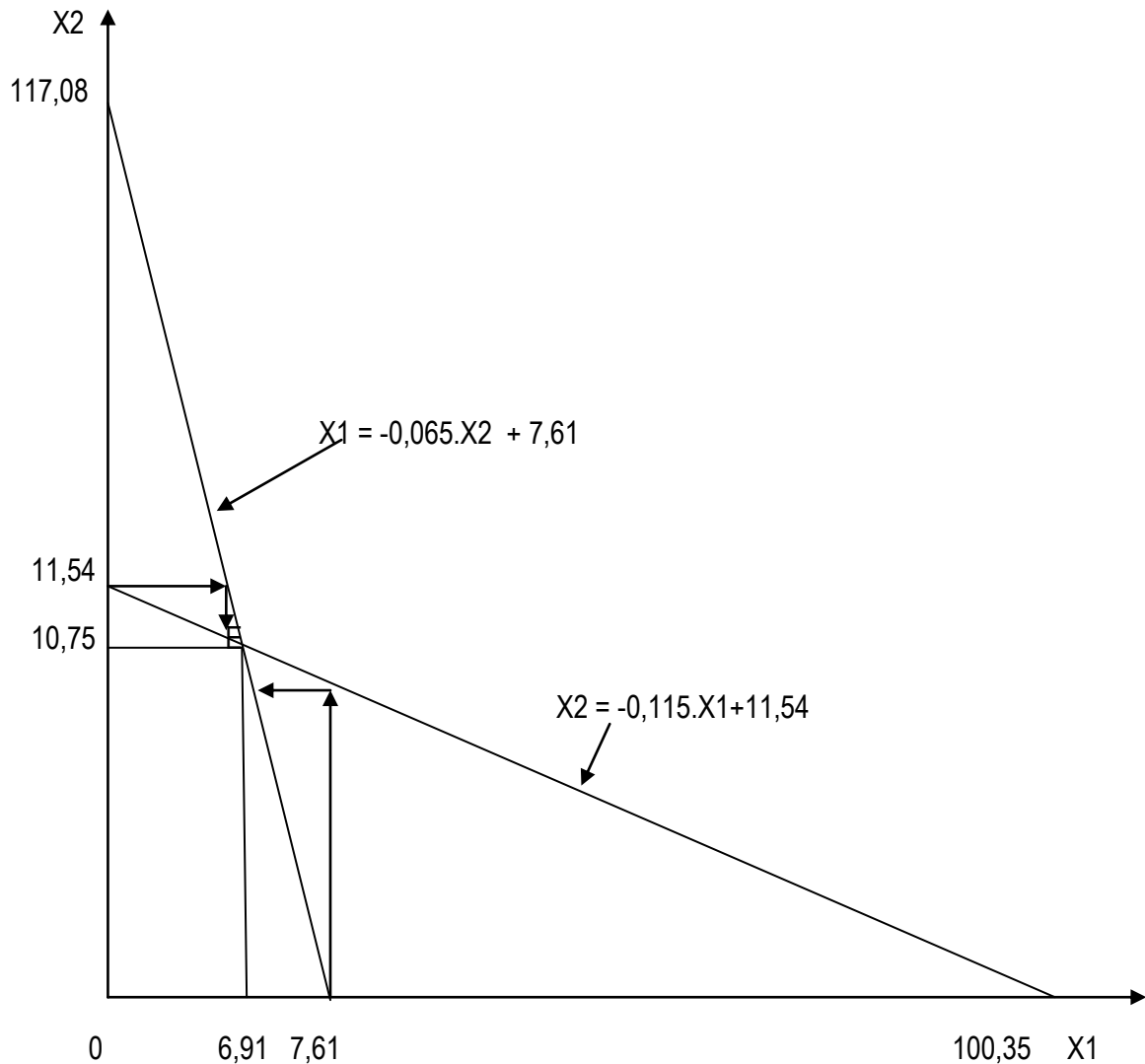
$$\pi_2 = P.X_2 - CT_2 \Rightarrow \pi_2 = [360,84).(10,75)] - [10.(10,75)^2 + 100.(10,75) + 200] = 1448,40$$

Tableau récapitulatif des résultats obtenus au niveau des deux premières questions

Question n°1	Question n°2
X1 = 7,61	X1 = 6,91
X2 = 11,54	X2 = 10,75
X1 + X2 = 19,15	X1 + X2 = 17,66
P = 365,63	P = 360,84
$\pi_1 = 1143,70$	$\pi_1 = 1092,94$
$\pi_2 = 1533,65$	$\pi_2 = 1448,40$

Commentaire : Les deux entreprises n'ont pas intérêt à s'ignorer mutuellement.

Question 3: On peut représenter graphiquement les courbes de réaction des deux firmes :



Si on considère que l'entreprise 2 ignore la présence de la firme 1, c'est-à-dire si $X_1 = 0$:

$$X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = -0,115.X_1 + 11,54 \Rightarrow X_2 = 11,54 \quad (\text{voir réponse à la question 1})$$

$$\text{Si } X_2 = 11,54 \Rightarrow X_1 = -0,065.(11,54) + 7,61 \Rightarrow X_1 = 6,86$$

$$\text{Si } X_1 = 6,86 \Rightarrow X_2 = -0,115.(6,86) + 11,54 \Rightarrow X_2 = 10,87$$

$$\text{Si } X_2 = 10,87 \Rightarrow X_1 = -0,065.(10,87) + 7,61 \Rightarrow X_1 = 6,90$$

Le processus d'adaptations réciproques des deux entreprises continue ainsi jusqu'au point d'équilibre E . De l'autre côté, si on considère maintenant que l'entreprise 1 ignore la présence de l'entreprise 2, c'est-à-dire que :

$$\text{Si } X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = -0,065.X_2 + 7,61 \Rightarrow X_1 = 7,61 \quad (\text{voir question 1})$$

$$\text{Si } X_1 = 7,61 \Rightarrow X_2 = -0,115.(7,61) + 11,54 = 10,66$$

$$\text{Si } X_2 = 10,66 \Rightarrow X_1 = -0,065 \cdot (10,66) + 7,61 \Rightarrow X_1 = 6,92$$

$$\text{Si } X_1 = 6,92 \Rightarrow X_2 = -0,115 \cdot (6,92) + 11,54 \Rightarrow X_2 = 10,74$$

Là encore, le processus d'adaptations simultanées continue jusqu'au point d'équilibre E.

Question 4 : Le contexte dans lequel se prennent les décisions dans un marché de duopole (et de façon plus globale, du marché d'oligopole) ressemble à celui d'un jeu de stratégie: le problème pour une entreprise est d'opérer un choix entre diverses stratégies pour rendre sa décision optimale. Donc toute décision prise par une entreprise en situation de duopole (ou d'oligopole) se heurte aux décisions prises par l'entreprise concurrente (ou les entreprises concurrentes) qui lui dispute les possibilités de profit. L'incertitude caractérise généralement le champ dans lequel le duopole (ou l'oligopole) agit. Cette incertitude est liée là encore à l'existence d'autres entreprises concurrentes qui poursuivent des intérêts divergents. Et, chaque producteur essaie de définir la stratégie qui lui permettra de maximiser le profit. Enfin, l'analogie entre la théorie du duopole (ou de l'oligopole) et la théorie des jeux de stratégie se fait dans la mesure où dans les deux cas il y a une situation conflictuelle où chaque participant est décidé à l'emporter.