

Série d'exercice n°4

Exercice 1 : Soient les indices simples des prix des produits alimentaires A, B, C et D en % en 2004 par rapport à 2000 :

$$I(A)=175 \quad I(B)=117 \quad I(C)=141 \quad I(D)=155$$

et soient les structures de la **dépense alimentaire** en 2000 et en 2004 pour une catégorie socio-professionnelle donnée :

Produits	A	B	C	D
2000	40%	25%	15%	20%
2004	30%	25%	22%	23%

Calculez l'indice de Laspeyres et de Paasche des prix de la consommation alimentaire en 2004 par rapport à 2000.

Solution de l'exercice 1 :

On définit la dépense comme le produit de la quantité consommée fois le prix par unité. Posons :

$Q_0(A)$: quantité de A consommée en 2000

$P_0(A)$: prix d'une unité de A évalué en 2000

La valeur $Q_0(A) * P_0(A)$ sera la dépense réalisée en consommant le produit A. De même on définira les quantités consommées en 2000 :

$Q_0(B)$, $Q_0(C)$ et $Q_0(D)$ des produits respectivement de B, C et D

Et les prix par unité de B, C et D évalués en 2000 seront respectivement

$P_0(B)$, $P_0(C)$ et $P_0(D)$.

(De la même façon on définit $P_1(.)$ le prix évalué en 2004 et $Q_1(.)$ la quantité consommée en 2004)

Calcul de l'indice des prix de Laspeyres

La dépense globale en 2000 sera la somme des différentes dépenses :

$$D_0 = Q_0(A) * P_0(A) + Q_0(B) * P_0(B) + Q_0(C) * P_0(C) + Q_0(D) * P_0(D)$$

La proportion de la dépense qui est dû à la consommation de A en 2000 est égale :

$$\frac{Q_0(A) * P_0(A)}{D_0} = 40\%$$

De même on retrouve les proportions suivantes :

$$\frac{Q_0(B) * P_0(B)}{D_0} = 25\%, \quad \frac{Q_0(C) * P_0(C)}{D_0} = 15\%, \quad \frac{Q_0(D) * P_0(D)}{D_0} = 20\%$$

On doit écrire la formule de l'indice de Laspeyres des prix en introduisant les proportions des dépenses,

$$\begin{aligned}
L_p(2004/2000) &= \frac{\sum \text{prix}(2004) * \text{quantité}(2000)}{\sum \text{prix}(2000) * \text{quantité}(2000)} \\
&= \frac{P_1(A) * Q_0(A) + P_1(B) * Q_0(B) + P_1(C) * Q_0(C) + P_1(D) * Q_0(D)}{P_0(A) * Q_0(A) + P_0(B) * Q_0(B) + P_0(C) * Q_0(C) + P_0(D) * Q_0(D)} \\
&= \frac{I(A) * P_0(A) * Q_0(A) + I(B) * P_0(B) * Q_0(B) + I(C) * P_0(C) * Q_0(C) + I(D) * P_0(D) * Q_0(D)}{D_0} \\
&= I(A) * \left[\frac{P_0(A) * Q_0(A)}{D_0} \right] + I(B) * \left[\frac{P_0(B) * Q_0(B)}{D_0} \right] + I(C) * \left[\frac{P_0(C) * Q_0(C)}{D_0} \right] + I(D) * \left[\frac{P_0(D) * Q_0(D)}{D_0} \right]
\end{aligned}$$

A.N.

$$L_p(2004/2000) = 1.75 * 0.4 + 1.17 * 0.25 + 1.41 * 0.15 + 1.55 * 0.20 = 1.514 = 151.4\%$$

Le prix de la consommation alimentaire a augmenté de 51.4% en 2004 par rapport à 2000 (base 100).

Calcul de l'indice des prix de Paasche

$$\begin{aligned}
P_p(2004/2000) &= \frac{\sum \text{prix}(2004) * \text{quantité}(2004)}{\sum \text{prix}(2000) * \text{quantité}(2004)} \\
&= \frac{P_1(A) * Q_1(A) + P_1(B) * Q_1(B) + P_1(C) * Q_1(C) + P_1(D) * Q_1(D)}{P_0(A) * Q_1(A) + P_0(B) * Q_1(B) + P_0(C) * Q_1(C) + P_0(D) * Q_1(D)}
\end{aligned}$$

La dépense globale en 2004 est la somme des différentes dépenses en 2004 :

$$D_1 = Q_1(A) * P_1(A) + Q_1(B) * P_1(B) + Q_1(C) * P_1(C) + Q_1(D) * P_1(D)$$

Cette valeur correspond au numérateur dans la formule de Paasche, on veut introduire dans celle-ci les pourcentages des différentes dépenses qui sont dues à la consommation des produits A, B, C et D réalisées en 2004.

On a :

$$P_0(A) = \frac{1}{I(A)} * P_1(A)$$

$$\begin{aligned}
P_p(2004/2000) &= \frac{1}{\{P_0(A) * Q_1(A) + P_0(B) * Q_1(B) + P_0(C) * Q_1(C) + P_0(D) * Q_1(D)\} / D_1} \\
&= \frac{1}{\left\{ \frac{1}{I(A)} * P_1(A) * Q_1(A) + \frac{1}{I(B)} * P_1(B) * Q_1(B) + \frac{1}{I(C)} * P_1(C) * Q_1(C) + \frac{1}{I(D)} * P_1(D) * Q_1(D) \right\} / D_1} \\
&= \frac{1}{\frac{1}{I(A)} * \frac{P_1(A) * Q_1(A)}{D_1} + \frac{1}{I(B)} * \frac{P_1(B) * Q_1(B)}{D_1} + \frac{1}{I(C)} * \frac{P_1(C) * Q_1(C)}{D_1} + \frac{1}{I(D)} * \frac{P_1(D) * Q_1(D)}{D_1}}
\end{aligned}$$

A.N.

On a par exemple le pourcentage de la dépense du produit A en 2004 :

$$\frac{P_1(A) * Q_1(A)}{D_1} = 30\%$$

Le calcul final donne :

$$P_p(2004/2000) = \frac{1}{\frac{1}{1.75} * 0.30 + \frac{1}{1.17} * 0.25 + \frac{1}{1.41} * 0.22 + \frac{1}{1.55} * 0.23} = \frac{1}{0.68952} = 1.4503$$
$$= 145.03\%$$

D'après le deuxième calcul, qui concerne la formule de Paasche, on constate qu'il y a une augmentation de 45.03% du prix de la consommation alimentaire en 2004 par rapport à 2000 (base 100).

Les deux valeurs de l'indice de prix calculés sont différents de 6,37%

Exercice 2 : Une entreprise commercialise 4 types de magnétoscopes¹. Les prix pratiqués en euros et les chiffres d'affaires réalisés (en million d'euros) en 2004 et 2006 sont :

Produits	P_0	P_1	CA_0	CA_1
PX1	800	700	20	21
PX2	720	680	72	34
VTS	650	650	32.5	48.75
VTR	360	290	54	58

Calculez les indices des prix et volume de Laspeyres et de Paasche base 100 en 2004.

¹Un magnétoscope est un appareil qui a la fonction d'enregistrer des vidéos et des sons audio, il y a deux types : les magnétoscopes à bande magnétique qui ne sont plus commercialisés et les magnétoscopes numériques (le plus souvent à support disque dur).

Solution de l'exercice 2 :

$$L_P(2006/2004) = \frac{\sum P_1 * Q_0}{\sum P_0 * Q_0}$$

$$CA_0 = P_0 * Q_0 \Rightarrow Q_0 = \frac{CA_0}{P_0}$$

$$L_P(2006/2004) = \frac{\sum P_1 * \frac{CA_0}{P_0}}{\sum CA_0} = \frac{\sum \frac{P_1}{P_0} * CA_0}{\sum CA_0}$$

A.N.

$$L_P(2006/2004) = \frac{\frac{700}{800} * 20 + \frac{680}{720} * 72 + \frac{650}{650} * 32.5 + \frac{290}{360} * 54}{20 + 72 + 32.5 + 54} = \frac{161.5}{178.5} = 0.90476 = 90.48\%$$

$$P_P(2006/2004) = \frac{\sum P_1 * Q_1}{\sum P_0 * Q_1}$$

$$CA_1 = P_1 * Q_1 \Rightarrow Q_1 = \frac{CA_1}{P_1}$$

$$P_P(2006/2004) = \frac{\sum CA_1}{\sum P_0 * \frac{CA_1}{P_1}} = \frac{\sum CA_1}{\sum \frac{P_0}{P_1} * CA_1}$$

A.N.

$$L_P(2006/2004) = \frac{21 + 34 + 48.75 + 58}{\frac{800}{700} * 21 + \frac{720}{680} * 34 + \frac{650}{650} * 48.75 + \frac{360}{290} * 58} = \frac{161.75}{180.75} = 0.89488 = 89.49\%$$

$$L_Q(2006/2004) = \frac{\sum Q_1 * P_0}{\sum Q_0 * P_0}$$

$$Q_0 = \frac{CA_0}{P_0} \text{ et } Q_1 = \frac{CA_1}{P_1}$$

$$L_Q(2006/2004) = \frac{\sum \frac{CA_1}{P_1} * P_0}{\sum CA_0} = \frac{\sum \frac{P_0}{P_1} * CA_1}{\sum CA_0}$$

A.N.

$$L_Q(2006/2004) = \frac{\frac{800}{700} * 21 + \frac{720}{680} * 34 + \frac{650}{650} * 48.75 + \frac{360}{290} * 58}{20 + 72 + 32.5 + 54} = \frac{180.75}{178.5} = 1.0126 = 101.26\%$$

En dernier, on veut calculer

$$P_Q(2006/2004) = \frac{\sum Q_1 * P_1}{\sum Q_0 * P_1}$$

$$P_Q(2006/2004) = \frac{\sum CA_1}{\sum \frac{CA_0}{P_0} * P_1} = \frac{\sum CA_1}{\sum CA_0 * \frac{P_1}{P_0}}$$

A.N.

$$P_Q(2006/2004) = \frac{21 + 34 + 48.75 + 58}{\frac{700}{800} * 20 + \frac{680}{720} * 72 + \frac{650}{650} * 32.5 + \frac{290}{360} * 54} = \frac{161.75}{161.50} = 1.0015 = 100.15\%$$

$L_P(2006/2004)$	=	90.48%
$P_P(2006/2004)$	=	89.49%
$L_Q(2006/2004)$	=	101.26%
$P_Q(2006/2004)$	=	100.15%

Conclusion :

Selon l'indice de Laspeyres, il y a eut une augmentation de 1.26% des quantités vendus de magnétoscopes contre une diminution du prix de $1 - 90.48\% = 9.52\%$.

De même en calculant l'indice de Paasche on constate qu'il y a eut une légère augmentation de 0.15% des quantités vendues contre une diminution du prix de $1 - 89.49\% = 10.51\%$.

Exercice 3 :

1. Une entreprise a augmenté son chiffre d'affaires sur un produit A de 5% entre janvier 2004 et janvier 2005. L'indice des prix de ce produit 2005/2004 est égal à 112. Durant cette période les quantités de A vendues ont-elles augmenté ou diminué ? de combien?
2. En 2005 l'indice des dépenses d'un produit B est de 120 (base 100 en 2004). Durant cette période, la quantité consommée de B a augmenté de 14% ; le prix de B a-t-il augmenté ou diminué ? de combien?

Solution de l'exercice 3 :

On calcule les taux de variation (croissance) :

1. On a :

$$I_P(2005/2004) = 112\% = 1.12$$

$$I_{CA}(2005/2004) = 105\% = 1.05$$

Le chiffre d'affaire CA est tel que : $CA = Q * P$, on a :

$$I_{CA}(2005/2004) = I_Q(2005/2004) * I_P(2005/2004)$$

Ce qui donne

$$I_Q(2005/2004) = \frac{I_{CA}(2005/2004)}{I_P(2005/2004)}$$

A.N.

$$I_Q = \frac{1.05}{1.12} = 0.9375 = 93.75\%$$

$$\tau_Q(2005/2004) = I_Q - 1 = 93,75\% - 1 = -6,25\%.$$

Les quantités A vendues ont diminué entre 2004 et 2005 ; la diminution est de 6,25%.

2. $I_D(2005/2004) = 1,20$

$$I_Q(2005/2004) = 114\% = 1,14$$

La dépense D est telle que : $D = Q * P$

$$I_D(2005/2004) = \frac{Q_1 * P_1}{Q_0 * P_0} = I_Q(2005/2004) * I_P(2005/2004)$$

A.N.

$$I_P(2005/2004) = \frac{I_D(2005/2004)}{I_Q(2005/2004)} = \frac{120\%}{114\%} = 105,26$$

$$\tau_P^B(2005/2004) = I_P(2005/2004) - 1 = 105,26\% - 1 = 5,26\%.$$

Le prix de B a augmenté entre 2004 et 2005 ; l'augmentation s'élève à 5,26%.

Exercice 4 :

1. Le prix du baril du pétrole a passé de 106.96 Dollars le 10/06/2014 à 62.66 Dollars le 10/12/2014. Quelle est le taux de variation du prix du baril du pétrole.
2. Supposons que le Maroc consomme 10 000 barils par jour et que le Dollar valait 8.25 DH le 10/06/2014 et 8.91 DH le 10/12/2014.
 - a. Quel est le taux d'appréciation du Dollar ?
 - b. Quel est le taux de dépréciation du Dirham ?
 - c. Quel est la dépense pétrolière marocaine dans les deux dates en DH ?
 - d. Déduire le taux de variation de cette dépense? Cette variation dépende t'elle du taux de change du Dirham ?

Solution de l'exercice 4 :

1. Taux de variation :

$$\tau_P(10 - 12 - 14/10 - 06 - 14) = \frac{62,66}{106,96} - 1 = 58,58\% - 1 = -41,42\%.$$

Le prix du pétrole a chuté de 41,42%.

- 2.

- a. La valeur du dollar a augmenté entre les deux dates, son taux d'appréciation est de 8% :

$$\tau_{\$}(10 - 12 - 14/10 - 06 - 14) = \frac{8,91 - 8,25}{8,25} = \frac{8,91}{8,25} - 1 = 8\%.$$

- b. La valeur du dirham a reculé devant le dollar entre les deux dates, son taux de dépréciation est de 7,41% :

$$\tau_{DH}(10 - 12 - 14/10 - 06 - 14) = \frac{1/8,91 - 1/8,25}{1/8,25} = \frac{8,25}{8,91} - 1 = -7,41\%.$$

- c. La dépense pétrolière dans la date du 10-06-2014 est :

$$10\,000 * 106,96 * 8,25 = 8\,824\,200 \text{ DH}.$$

La dépense pétrolière dans la date du 10-12-2014 est :

$$10\,000 * 62,66 * 8,91 = 5\,583\,006 \text{ DH.}$$

d. Le taux de variation de la dépense pétrolière est :

$$\tau_{\text{Dépense pétrole}} (10 - 12 - 14 / 10 - 06 - 14) = \frac{5\,583\,006}{8\,824\,200} - 1 = -36,73\%$$

Il ya une diminution de 36,73% des dépenses pétrolières entre les deux dates.

La variation dans les dépenses dépend du taux de change du dirham :

Si on suppose que la valeur du dirham devant le dollar n'a pas changé entre les deux dates alors la diminution des dépenses serait la même que celle du prix du baril du pétrole entre les deux dates c.à.d. égale à 41,42%.