

Série d'exercice n°1

Questions à Choix Multiples :

I) Identifier la bonne réponse

- La moyenne $\bar{X}$ est une
 - variable déterministe
 - caractéristique de la population
 - estimation de μ
 - statistique-échantillon
- Pour l'estimation de la moyenne μ , l'erreur d'échantillonnage (v.a.) est
 - $E(|\bar{X} - \mu|)$
 - $|\bar{X} - \mu|$
 - $E[(\bar{X} - \mu)^2]$
 - $\sigma_{\bar{X}}$
- La probabilité que la moyenne de l'échantillon soit exactement égale à la moyenne d'une grande population est
 - petite
 - nulle
 - grande
 - moyenne
- Pour un échantillon de grande taille, la distribution d'échantillonnage de $\bar{X}$ est une
 - normale
 - binomiale
 - normale standard
 - Student
- Pour l'estimation d'une proportion p , l'erreur-type du $\bar{p}$ d'un ESSR, est
 - $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
 - nulle
 - $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
 - $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
- L'échantillonnage stratifié est adéquat lorsque les variances internes des strates sont
 - importantes
 - faibles
 - égales
 - différenciées
- Les échantillons ESAR et ESSR donnent, approximativement, les mêmes résultats lorsque la taille de l'échantillon représente au plus de la population
 - 25%
 - 5%
 - 10%
 - 15%

II) Identifier la mauvaise réponse

- La valeur prise par la v.a. $\bar{X}$ au moment de l'observation est une
 - réalisation d'une variable aléatoire
 - valeur aléatoire
 - valeur déterministe
 - une valeur dans l'espace d'observation E
- le sondage stratifié
 - consiste à diviser la population en sous populations homogènes
 - est utilisé lorsque les variances internes des strates sont faibles
 - est une méthode d'échantillonnage non aléatoire
 - est utilisé lorsque les variances externes des strates sont grandes
- le sondage par grappe
 - est utilisé lorsque la population est composée de différents groupes intérieurement hétérogènes
 - doit éviter les grosses grappes au profit de grappes de tailles le plus uniformes que possible
 - est une méthode d'échantillonnage aléatoire
 - peut fixer au préalable la taille finale de l'échantillon

Exercice 1 : Une compagnie d'assurance constate que chaque année 0.4% de ces assurés meurent à la suite d'une maladie. Posons X le nombre de sinistre à payer au cours d'une année dans laquelle la compagnie gère 100 000 dossiers.

1. Déterminer la loi exacte de la variable aléatoire X et déduisez la probabilité que la compagnie n'ait pas de sinistre à payer (calculer $P(X = 0)$).
2. En utilisant une approximation adéquate, déterminez la probabilité que la compagnie payera
 - a. exactement 440 risques assurés (calculer $P(X = 440)$).
 - b. plus de 440 risques assurés (calculer $P(X > 440)$).

Exercice 2 : Un appareil contient un composant essentiel dont l'espérance de la durée de vie est $\mu = 10$ h, avec un écart-type de $\sigma = 2$ h. L'appareil doit fonctionner pendant 2200 heures.

Combien de composant faut-il avoir en réserve pour garantir une fiabilité de 99% ?

Exercice 3 : Afin d'estimer leurs moyennes respectives, on échantillonne deux populations. On utilise un ESAR de taille n_1 pour la population P_1 , qui présente un écart type égal à σ_1 . Pour la population P_2 dont l'écart type vaut $\sigma_2 = 2\sigma_1$, on prend un ESAR de taille $n_2 = 2n_1$. Pour quel échantillon l'estimation de la moyenne de la population est-elle précise ?

Exercice 4 : Trois firmes ont des inventaires différents par leur taille. La firme A a une population de 2000 pièces. La firme B a une population de 5000 pièces et la firme C a une population de 10000 pièces. L'écart type de la population pour le coût d'une pièce est $\sigma = 144$.

1. En utilisant le facteur d'exhaustivité, calculez l'erreur type pour chacune des trois firmes, étant donné que les échantillons sélectionnés sont de type ESSR et de taille 50.
2. Quelle est la probabilité que pour chaque firme, la moyenne d'échantillon $\bar{X}$ s'écarte au plus de ± 25 de la moyenne de la population μ .

Exercice 5 : Selon la magazine *USA Today*, le nombre moyen des jours par an passés sur les routes pour un représentant commercial est égal à 115. L'écart type est de 60 jours par an. Supposez que ces résultats soient associés à la population des représentants commerciaux et qu'un échantillon de 100 représentants soit sélectionné.

1. Quelle est la valeur de l'écart type de la moyenne ?
2. Quelle est la probabilité que la moyenne d'échantillon soit supérieur à 115 jours par an ?
3. Quelle est la probabilité que la moyenne d'échantillon s'écarte au plus de ± 5 jours de la moyenne de la population ?
4. Quelle serait la probabilité de la question 3. si la taille d'échantillon était 200 ?

Exercice 6 : Des briques sont fabriquées selon une technique qui assure un poids normalement distribué d'espérance 1.6 kg et d'écart type 30 g. On prélève un échantillon aléatoire simple avec remise, de moyenne $\bar{X}$.

1. Quel est l'écart type de $\bar{X}$, lorsque sa taille vaut 50 et lorsqu'elle vaut 100 ?
2. Quelle est la loi de $\bar{X}$?
3. À partir de quelle taille de l'échantillon on aura plus de 95% de chance, pour que la moyenne $\bar{X}$ s'écartera-t-elle de sa valeur espérée de moins de 20 g ?
4. Supposons qu'on prélève deux échantillons indépendants I et II de tailles respectives 50 et 100 briques. On considère leurs deux moyennes respectives $\bar{X}_I$ et $\bar{X}_{II}$. Quelle est la loi de $\bar{X}_I - \bar{X}_{II}$? Déduisez la probabilité que les moyennes des deux échantillons diffèrent de plus de 10 g ?